

2. Aufstellen von Funktionsgleichungen

2.1 Parabelgleichung der Form $f(x) = a(x + d)^2 + e$

Die Scheitelpunktform beinhaltet den Koeffizienten a, sowie die Koordinaten -d und e des Scheitelpunktes S.

Beispiele

gegeben	Lösung
S(3 2), a=2	$f(x) = 2(x - 3)^2 + 2$
S(-1 -2), P(1 0)	$f(x) = a(x + 1)^2 - 2$ P einsetzen und a ausrechnen: $0 = a(1 + 1)^2 - 2$ zusammenfassen $0 = 4a - 2$ +2 $2 = 4a$: 4 $a = 0,5$ $\rightarrow f(x) = 0,5(x + 1)^2 - 2$

ÜBUNGSAUFGABEN

- 1) geg: S(-0,5|-17), a=-0,2
- 2) geg: S(1|6), P(-1|2)
- 3) geg: S(-4|6), P(-6|-2)

Lösung: $f_1(x) = -0,2(x + 0,5)^2 - 17$ $f_2(x) = -(x - 1)^2 + 6$ $f_3(x) = -2(x + 4)^2 + 6$

2.2 Parabelgleichung der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$

Die allgemeine Form beinhaltet die Koeffizienten a, b und c.

Beispiele

gegeben	Lösung
P(-1 7) und Q(2 4) liegen auf der Normalparabel.	<p>Normalparabel: $a=1 \rightarrow f(x) = x^2 + bx + c$ P und Q einsetzen und b und c berechnen</p> <p>P(-1 7) I $7 = (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$ Q(2 4) II $4 = 2^2 + b \cdot 2 + c$</p> <p> $\begin{array}{rcl} \text{I} & 7 = 1 - b + c & \\ \text{II} & 4 = 4 + 2b + c & \searrow - \\ \hline \text{III} & 3 = -3 - 3b & +3 \\ & 6 = -3b & :(-3) \\ & b = -2 & \end{array}$ </p> <p>b in I $7 = 1 - (-2) + c$ -3 $c = 4$</p> <p>$\rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 4$</p>
P(-6 3) und Q(-2 -5) liegen auf einer an der x-Achse gespiegelten Normalparabel	<p>Normalparabel: $a=-1 \rightarrow f(x) = -x^2 + bx + c$ P und Q einsetzen und b und c berechnen</p> <p>P(-6 3) I $3 = -(-6)^2 + b \cdot (-6) + c$ Q(-2 -5) II $-5 = -(-2)^2 + b \cdot (-2) + c$</p> <p> $\begin{array}{rcl} \text{I} & 3 = -36 - 6b + c & \\ \text{II} & -5 = -4 - 2b + c & \searrow - \\ \hline \text{III} & 8 = -32 - 4b & +32 \\ & 40 = -4b & :(-4) \\ & b = -10 & \end{array}$ </p> <p>b in I $3 = -36 - 6 \cdot (-10) + c$ -24 $c = -21$</p> <p>$\rightarrow f(x) = -x^2 - 10x - 21$</p>
Die Funktion f(x) schneidet die Koordinatenachsen in den Punkten $S_{x1} = (-1 0)$; $S_{x2} = (2 0)$; $S_y(0 4)$	<p>Schnittpunkte mit der x-Achse einsetzen: $f(x) = a(x+1)(x-2)$ Schnittpunkt mit der y-Achse einsetzen und a ausrechnen: $4 = a(0+1)(0-2)$ zusammenfassen $4 = -2a$ $:(-2)$ $a = -2$ $\rightarrow f(x) = -2(x-2)(x+1)$ $f(x) = -2x^2 + 2x^2 + 4$</p>

gegeben	Lösung
P(-2 4), Q(-1 -4) und R(1 -2) liegen auf dem Graphen der Funktion f(x).	<p>Punkte P, Q und R einsetzen, lineares Gleichungssystem lösen</p> $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\begin{array}{lll} \text{P}(-2 4) & \text{I} & 4 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ \text{Q}(-1 -4) & \text{II} & -4 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \\ \text{R}(1 -2) & \text{III} & -2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \end{array}$ $\begin{array}{rcl} \text{I} & 4 = 4a - 2b + c & \\ \text{II} & -4 = a - b + c & \swarrow - \\ \text{III} & -2 = a + b + c & \swarrow - \end{array}$ $\begin{array}{rcl} \text{IV} = \text{I} - \text{II} & 8 = 3a - b & \\ \text{V} = \text{II} - \text{III} & -2 = -2b & : (-2) \\ & b = 1 & \end{array}$ $\begin{array}{rcl} b \text{ in IV} & 8 = 3a - 1 & + 1 \\ & 9 = 3a & : 3 \\ & a = 3 & \end{array}$ $\begin{array}{rcl} a, b \text{ in II} & -2 = 3 + 1 + c & - 4 \\ & c = -6 & \end{array}$ $\rightarrow f(x) = 3x^2 + x - 6$

ÜBUNGSAUFGABEN - ERMITTLE RECHNERISCH DIE FUNKTIONSGLEICHUNGEN AUS DEN FOLGENDEN EIGENSCHAFTEN.

- 1) Die Punkte P(1|-1) und Q(3|1) liegen auf einer Normalparabel.
- 2) Die Punkte P(1|1), Q(3|4) und R(5|-1) liegen auf dem Graphen einer quadratischen Funktion.
- 3) Die Funktion besitzt eine doppelte Nullstelle bei $x=3$ und geht durch den Punkt P(2|0,3).
- 4) Der Graph der quadratischen Funktion schneidet die Koordinatenachsen bei $y=-12$, $x_1=-6$ und $x_2=4$.