Übungsaufgaben

LBS 121/1

a) f(x)=0 für x = 2 und x=6

b) f'(x)=-x+4, f'(2)=2, $tan\alpha$ = 2, α ≈ 63,4°

c) Seilbahn: g(x)=0,74x-0,75; f(x)=g(x) liefert x=3 (und x=3,5); Treffpunkt (3|1,5)

LBS 123/4

a) 4,5m hoch

b) Tangente durch P: t(x)=-x+8; Schnittpunkt von t(x) mit der x-Achse: Q(8|0); $d = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5{,}66$; Die Leiter ist 5,66m lang.

LBS 124/5

a) f(x)=g(x); $x_1 = 4 \ \ und \ \ x_2 = 8$ → Ja, es kommt zur Kollision

b) Steigungswinkel von f bei x=4: $\alpha = 45^\circ$; Steigungswinkel von g bei x=4: $\beta \approx 63{,}4^\circ$; Kollisionswinkel: $\gamma \approx 18{,}4^\circ$

LBS 125/7

$a = \frac{1}{4} \ \ bei \ \ x = \frac{1}{2}$; Berührtangente: g(x)=x

LBS 127/16

a) $S(\sqrt{8}\,|\,0) \approx (2{,}83\,|\,0)$; $\alpha \approx 54{,}7^\circ$

b) B(2|1)

c) Nordosten: $\alpha = 45^\circ \rightarrow f'(x) = 1$ gilt für x=2; B(2|1)

d) PQ: g(x)=x; $x \approx 1{,}46 \rightarrow R(1{,}46\,|\,1{,}46)$

129 1. a) $m=\frac{8-2}{2}=3$

b) $\frac{0{,}5x^2-0{,}5}{x-1}=2 \Rightarrow x^2-4x+3=0,\quad x=3$

2. a) $\overline{v}=\frac{10\text{km}}{40\text{min}}=\frac{10}{2/3}\text{km/h}=15\text{km/h}$

b) Von Kilometer 3 bis Kilometer 6 in 8 Minuten, das sind $v=\frac{3\text{km}}{8\text{min}}=\frac{180}{8}\text{km/h}=22{,}5\text{km/h}$.

3. a) $\lim\limits_{x\to4}\frac{3x^2-48}{x-4}=\lim\limits_{x\to4}\frac{3(x^2-16)}{x-4}=\lim\limits_{x\to4}3(x+4)=24$

b) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^2-18}{x+3}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{2(x^2-9)}{x+3}=\lim\limits_{x\to-3}2(x-3)=-12$

c) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-x}{1-x^2}=\lim\limits_{x\to1}\frac{x(x^2-1)}{1-x^2}=\lim\limits_{x\to1}(-x)=-1$

4. a) $f'(x)=10x^4-12x^2$ b) $f'(x)=x^2+2$ c) $f'(x)=-2x+3$

d) $f'(x)=-\frac{2}{x^2}$ e) $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ f) $f'(x)=\frac{-3}{2x^2}+1$

g) $f'(x)=-\frac{1}{2}\cdot(2x)^{-3/2}\cdot2=\frac{-1}{2\sqrt{2x^3}}$ h) $f'(x)=-\frac{1}{2}\cdot(x)^{-3/2}=\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$

i) $f(x)=\frac{1}{2}(x^2-x+\frac{1}{x}),\quad f'(x)=\frac{1}{2}(2x-1-\frac{1}{x^2})=\frac{2x^3-x^2-1}{2x^2}$

5. $A\to\text{III},\quad B\to\text{IV},\quad C\to\text{II},\quad D\to\text{I}$

6. a) $f'(x)=\lim\limits_{h\to0}\frac{\frac{1}{3}(x+h)^2-\frac{1}{3}x^2}{h}=\lim\limits_{h\to0}\frac{\frac{2}{3}xh}{h}=\frac{2}{3}x$

b) $f'(x)=\lim\limits_{h\to0}\frac{(x+h)^2+x+h-(x^2+x)}{h}=\lim\limits_{h\to0}\frac{2xh+h}{h}=2x+1$

c) $f'(x)=\lim\limits_{h\to0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=\lim\limits_{h\to0}\frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h\cdot(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\lim\limits_{h\to0}\frac{h}{h\cdot(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

130 7. a) $x^2-3=1\Rightarrow x=\pm2$ b) $\frac{1}{2\sqrt{x}}=2{,}5\Rightarrow x=\frac{1}{25}$

c) $-\frac{1}{x^2}-2=-3\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1$

d) $-\frac{3}{2x^2}+1=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\pm\frac{3}{2}$

8. a) $\frac{1}{2}x=2\Rightarrow x=4$ b) $6x^2=24\Rightarrow x=\pm2$ c) $\frac{1}{2\sqrt{x}}=1\Rightarrow x=\frac{1}{4}$

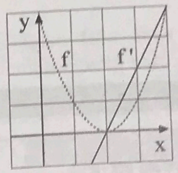
d) $-\frac{1}{2x^2}=-\frac{1}{8}\Rightarrow x=\pm2$

9. a) $f'(x)=10x^4-9x^2+2$ b) $f'(x)=-\frac{3}{x^2}+2x$ c) $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}-\frac{3}{2}$

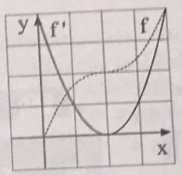
d) $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}$

130

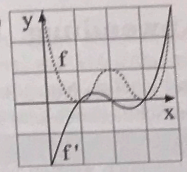
10. a)



b)



c)



11. a) $t(x)=2(x-2)+3=2x-1$

b) $t(x)=\frac{1}{4}(x-4)+4=\frac{1}{4}x+3$

12. a) $n(x)=-\frac{1}{4}(x-2)=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

b) $n(x)=\frac{1}{2}(x-0{,}5)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$

13. a) $f'(x)=4(x-1)=0$ gilt für $x=1$.

b) $f'(x)=3x^2-3x=0$ gilt für $x=0$ und für $x=1$.

c) $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^3}=0$ gilt für $x=2$.