Aufgaben 11GK für Montag (26.10.2020) und Dienstag (27.10.2020)

Vor den Herbstferien haben wir uns mit der mittleren bzw. lokalen Steigung und der zeichnerischen Bestimmung der Ableitungsfunktion beschäftigt. Nun wollen wir dazu kommen die Ableitungsfunktion rechnerisch zu bestimmen. Dafür werden einige Regeln benötigt.
Notiert euch die Namen, Beispiele und allgemeine Form der ersten drei Regeln und löst im Anschluss die Übungsaufgaben dazu. Vergleicht erst, wenn ihr eine Aufgabe vollständig gelöst habt.

Elementare Ableitungsregeln

Potenzregel für Ableitungen

$f(x) = x^5 \quad f'(x) = 5x^4$

$g(x) = x^3 \quad g'(x) = 3x^2$

$h(x) = x^2 \quad h'(x) = 2x^1 = 2x$

$i(x) = x^7 \quad i'(x) = 7x^6$

$f(x) = x^n \quad n \in \mathbb{N}$
$f'(x) = n x^{n-1}$

Faktorregel für Ableitungen

$f(x) = \boxed{10}x^2 \quad f'(x) = 20x = 10 \cdot 2 \cdot x^1$

$g(x) = \boxed{3}x^3 \quad g'(x) = 9x^2 = 3 \cdot 3 \cdot x^2$

$h(x) = \boxed{5}x^4 \quad h'(x) = 20x^3 = 5 \cdot 4x^3$

$i(x) = \boxed{-2}x^6 \quad i'(x) = -12x^5 = -2 \cdot 6 \cdot x^5$

$f'(x) = \boxed{r} \cdot g(x) \quad r \in \mathbb{R}$
$f'(x) = \boxed{r} \cdot \boxed{g'(x)}$
Vorfaktor

Summenregel für Ableitungen

$f(x) = \boxed{x^3} + \boxed{x^9} \quad f'(x) = \boxed{3x^2} + \boxed{9x^8}$

$g(x) = x^{10} - x^{11} \quad g'(x) = 10x^9 - 11x^{10}$

$h(x) = x^5 + x^7 \quad h'(x) = 5x^4 + 7x^6$

$i(x) = x^4 - x^6 \quad i'(x) = 4x^3 - 6x^5$

$f(x) = \boxed{g(x)} + \boxed{h(x)}$
$f'(x) = \boxed{g'(x)} + \boxed{h'(x)}$

1. Die Ableitung von $f(x) = x^2$ ist nun klar. Wie lautet die Ableitung von $f_1(x) = x$ und $f_2(x) = 1$?
   Gib die erste Ableitung an und versuche eine allgemeine Regel aufzustellen, wenn die Ausgangsfunktion eine konstante Funktion ist (z.B. $g(x) = 3;\ h(x) = 5;\ i(x) = -2$)
   (Hinweise/Lösung dieser Aufgabe findet ihr auf Seite 103)

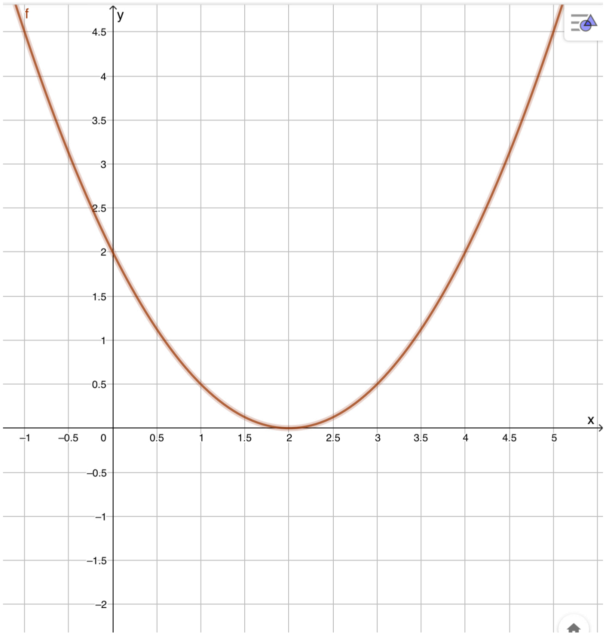
2. Übungsaufgaben:
   2.1) LBS 102/1
   2.2) LBS 103/4
   2.3) Bestimme die Ableitungsfunktion von f:

a) $f(x) = 4x^2$ b) $f(x) = 5x^6$ c) $f(x) = 0{,}5x^3$ d) $f(x) = 0{,}2x$

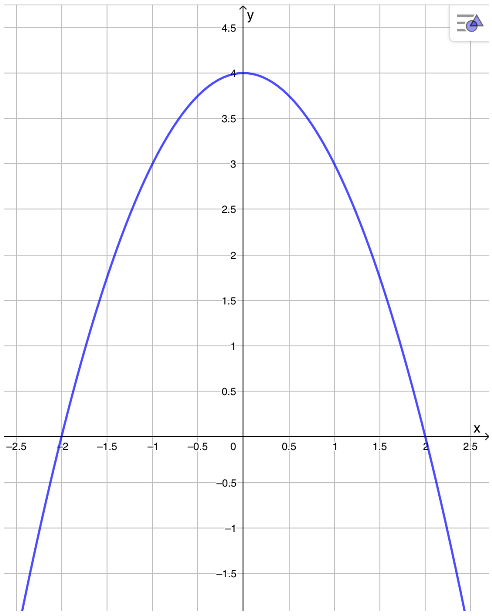
   2.4) LBS 104/5
   2.5) LBS 104/6; Verändert Aufgabenstellung: Skizziert zuerst die Ableitung in die gegebenen Koordinatensysteme. Bestimmt die Ableitungsfunktion und skizziert (mit Hilfe einer Wertetabelle) die Ableitungsfunktion ebenfalls in das Koordinatensystem (in einer anderen Farbe)

LBS.104/6

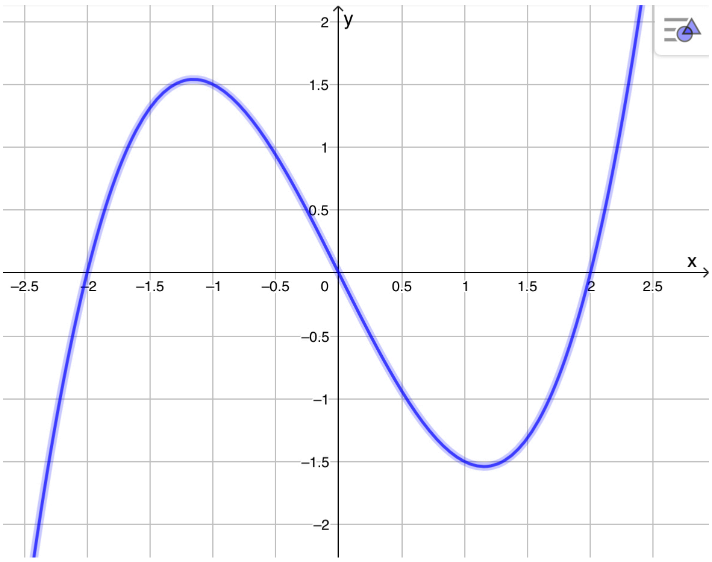
a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$



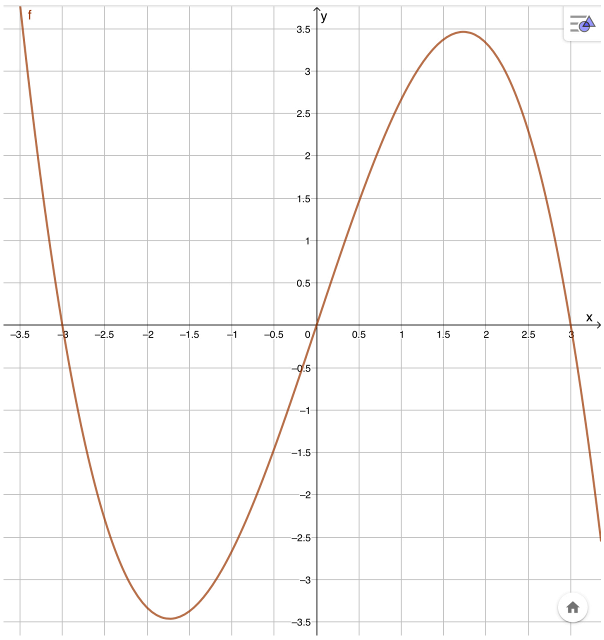
b) $f(x) = 4 - x^2$



c) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x$



d) $f(x) = 3x - \frac{1}{3}x^3$



Lösungen

1. $f_1'(x) = 1, f_2'(x) = 0$; allgemein: $f(x) = C \rightarrow f'(x) = 0; \quad C \in \mathbb{R}$

2.1 (102/1) $\quad a)\ f'(x) = 3x^2 \quad b)\ f'(x) = 5x^4 \quad c)\ f(x) = 2n \cdot x^{2n-1}$

$\quad d)\ f'(x) = 1 \quad e)\ f'(x) = (n+4) \cdot x^{n+3} \quad f)\ f(x) = 2016x^{2015}$

2.2 (103/4) $\quad a)\ f'(x) = 3x^2 + 2x \quad b)\ f'(x) = -4x^3 \quad c)\ f(x) = 3x^2 + 5x^4 + 1$

2.3 $\quad a)\ f'(x) = 8x \quad b)\ f'(x) = 30x^4 \quad c)\ f'(x) = 1{,}5x^2 \quad d)\ f'(x) = 0{,}2$

2.4 (104/5) $\quad a)\ f'(x) = 2 + 3x^2 \quad b)\ f'(x) = 5 \quad c)\ f'(x) = 2ax \quad d)\ f'(x) = anx^{n-1}$

$\quad e)\ f'(x) = 4x + 4 \quad f)\ f'(x) = x \quad g)\ f'(x) = 6x^2 - 6x \quad d)\ f'(x) = 3ax^2 + b$

2.5 (104/6) $\quad a)\ f'(x) = x - 2 \quad b)\ f'(x) = -2x \quad c)\ f'(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 2 \quad d)\ f'(x) = 3 - x^2$

Graphen (f'(x) in blau dargestellt)