Name: Klasse: Datum:

Exponentielles Wachstum

Wachstum beschreiben

1 Berechne jeweils die Anzahl der Bakterien nach der vorgegebenen Zeit und ergänze sie in der Tabelle.

	Anfangszahl	Wachstum / Stunde	2 h	3 h	4 h 30 min	5 h 45 min	7 h 15 min
a)	90	Verdoppelt	**360**	**720**	**≈ 2036**	**≈ 4844**	**≈ 13700**
b)	140	Verdoppelt	**560**	**1120**	**≈ 3168**	**≈ 7534**	**≈ 21311**
c)	70	Verdreifacht	**630**	**1890**	**≈ 9821**	**≈ 38774**	**≈ 201478**
d)	200	Vervierfacht	**3200**	**12800**	**102400**	**≈ 579262**	**≈ 4634095**
e)	60	+ 50 %	**135**	**202,5**	**≈ 372**	**≈ 618**	**≈ 1135**
f)	30	+ 75 %	**≈ 92**	**≈ 160,78**	**≈ 372**	**≈ 749**	**≈ 1734**

g) Um welche Art von Wachstum handelt es sich?
Begründe deine Meinung.

Es handelt sich um exponentielles Wachstum. Eine Größe verändert sich in gleich großen Abständen immer um den gleichen Faktor.

2 Nenne mindestens ein Beispiel für folgende Wachstumsarten.

a) beliebiges Wachstum: **z.B.: Für eine Eins gibt es 5 €.**

b) lineares Wachstum: **z.B.: Pro Stunde fließen 4 m³ Wasser.**

c) exponentielles Wachstum: **z.B.: radioaktiver Zerfall**

3 Die Lichtintensität nimmt bei klarem Wasser alle 6 m um die Hälfte ab.
Eine Unterwasserkamera benötigt 30 % des Tageslichts, um ohne Blitzlicht noch gute Aufnahmen machen zu können.

a) Ein Taucher taucht in 10 m Tiefe ab. Reicht das Licht für gute Aufnahmen ohne Blitz aus?

$0{,}5^{\frac{10}{6}} \approx 0{,}31$

Die Lichtintensität beträgt rund 31 %. Das Licht reicht noch aus.

b) Durch Schwebstoffe nimmt die Lichtintensität bereits um 15 % pro Meter abnimmt.
Wie groß ist hier die Lichtintensität in 10 m Tiefe?

$0{,}85^{10} \approx 0{,}20$

Die Lichtintensivität beträgt in 10 m Tiefe nur noch rund 20 %.

Name: Klasse: Datum:

Prozentuale Wachstumsrate und Zinseszins

Zinseszins

1 Hanno legte zum 1. Januar 2015 bei seiner Bank 2000 € zu einem Zinssatz von 1% an.
Der am Jahresende fällige Zins wird jeweils dem Kapital zugeschlagen.

a) Berechne jeweils das neue Kapital.

1. Januar	2015	2016	2017	2018	2019	2020
in Jahren	0	1	2	**3**	**4**	**5**
Zinsen	0	20	20,20	**≈ 20,40**	**≈ 20,61**	**≈ 20,81**
Kapital (€)	2000	2020	**2040,20**	**≈ 2060,60**	**≈ 2081,21**	**≈ 2102,02**

b) Das neue Kapital kann auch mithilfe der Zinseszins-Formel direkt berechnet werden.
Überprüfe so deine Werte.

Zinseszinsformel: $K(n) = K_0 \cdot (1 + p\%)^n$

K_0: Anfangskapital; p%: Zinssatz

$K_5 = 2000 \cdot (1 + 0{,}01)^5 \approx 2102{,}02$

c) Über welches Kapital kann er nach 10 Jahren verfügen? Wie viel wäre es gewesen, wenn die Bank einen Zinssatz von 2 % gegeben hätte?

1 % Zinsen: $K(10) = 2000 \cdot (1 + 0{,}01)^{10}$: nach 10 Jahren rund 2209,24 €

2 % Zinsen: $K(10) = 2000 \cdot (1 + 0{,}02)^{10}$: nach 10 Jahren rund 2437,99 €

d) Wann hätte sich das Kapital bei einem Zinssatz von 1 % etwa verdoppelt?

$K(69) = 2000 \cdot (1 + 0{,}01)^{69} \approx 3973{,}79$ €

$K(70) = 2000 \cdot (1 + 0{,}01)^{70} \approx 4013{,}53$ €

Hanno müsste 70 Jahre warten, bis sich sein Kapital verdoppelt hätte.

2 Berechne die fehlenden Werte. Runde sinnvoll.

	K_0 in €	p	1 + p%	n in Jahren	K_n in €
a)	800	4	**1,04**	7	**≈ 1052,75**
b)	2500	**≈ 3**	**≈ 1,03**	6	2985,13
c)	500	**3**	1,03	**≈ 37,17**	1500

Name: Klasse: Datum:

Exponentielles Wachstum und Wachstumsfunktionen

Bevölkerungswachstum (Niveau 1)

1 Berechne die ungefähre Bevölkerungszahl mithilfe der durchschnittlichen jährlichen Wachstumsrate.
Beispiel: Südafrika im Jahr 2011: $44188 \cdot 0{,}996^5 \approx 43311$

Land	Bevölkerung 2006 in Tausend	Jährliches Wachstum	Bevölkerung im Jahr (in Tausend)			
			2011	2016	2020	2030
Südafrika	44 188	−0,4 %	≈ 43311	**≈ 42452**	**≈ 41777**	**≈ 40135**
China	1 313 974	0,59 %	**≈ 1353196**	**≈ 1393589**	**≈ 1426770**	**≈ 1513220**
Nigeria	131 860	2,38 %	**≈ 148316**	**≈ 166826**	**≈ 183284**	**≈ 231887**
Mexiko	107 450	1,16 %	**≈ 113828**	**≈ 120585**	**≈ 126279**	**≈ 141716**

2 Berechne jeweils den Wachstumsfaktor und die Wachstumsrate.

a) Die Bevölkerungszahl eines Dorfes ist von 500 Einwohnern auf 504 Einwohner innerhalb eines Jahrs gestiegen.

Wachstumsfaktor: **504 : 500 = 1,008**

Wachstumsrate: **p% = 0,8 %**

b) Die Bevölkerungszahl eines Dorfes ist von 300 Einwohnern auf 310 Einwohner innerhalb eines Jahrs gestiegen.

Wachstumsfaktor: **310 : 300 ≈ 1,033**

Wachstumsrate: **p% ≈ 3,3 %**

3 In einer Kleinstadt lebten 2010 ca. 7500 Menschen.
Die jährliche Wachstumsrate beträgt etwa 1,5 %.

a) Wie viele Menschen würden bei gleichbleibender Wachstumsrate 2011 (2015; 2020) in der Stadt leben?

2011: $7500 \cdot 1{,}015 \approx 7613$

2015: $7500 \cdot 1{,}015^5 \approx 8080$

2020: $7500 \cdot 1{,}015^{10} \approx 8704$

b) Wie viele Menschen haben in etwa 2009 in der Stadt gelebt?

7500 : 1,015 ≈ 7389

2009 lebten etwa 7389 Menschen in der Stadt.

Name: Klasse: Datum:

Exponentielles Wachstum und Wachstumsfunktionen

Bevölkerungswachstum (Niveau 2)

1 Berechne die ungefähre Bevölkerungszahl mithilfe der durchschnittlichen jährlichen Wachstumsrate.

Land	Bevölkerung 2006 in Tausend	Jährliches Wachstum	Bevölkerung im Jahr (in Tausend)			
			2011	2016	2020	2030
Südafrika	44 188	−0,4 %	≈ 43311	≈ 42452	≈ 41777	≈ 40135
China	1 313 974	0,59 %	≈ 1353196	≈ 1393589	≈ 1426770	≈ 1513220
Nigeria	131 860	2,38 %	≈ 148316	≈ 166826	≈ 183284	≈ 231887
Mexiko	107 450	1,16 %	≈ 113828	≈ 120585	≈ 126279	≈ 141716

2 Die Bevölkerungszahl eines Eifeldorfes ist von 500 Einwohnern auf 504 Einwohner innerhalb eines Jahrs gestiegen.

a) Gib den Wachstumsfaktor an.

$504 : 500 = 1{,}008$

$q = 1{,}008$

b) Wie groß ist die Wachstumsrate?

$p\% = 0{,}8$

c) Würde bei gleicher Wachstumsrate die Einwohnerzahl nach 12 Jahren 560 Einwohner überschreiten? Begründe durch eine Rechnung.

Nein, denn $500 \cdot 1{,}008^{12} \approx 550$

3 Im Jahre 2005 lebten ca. $6{,}5 \cdot 10^9$ Menschen auf der Erde. Die jährliche Wachstumsrate beträgt etwa 1,3 %.

a) Wie viele Menschen würden bei gleichbleibender Wachstumsrate 2015 (2050) auf der Erde leben?

Im Jahr 2015 würden auf der Erde rund $7{,}40 \cdot 10^9$ Menschen und im Jahr 2050 rund $11{,}62 \cdot 10^9$ Menschen leben.

b) Ist es möglich, dass diese Wachstumsrate schon seit 2000 Jahren gilt? Überprüfe mit einer Rechnung.

$6{,}5 \cdot 10^9 = W_0 \cdot 1{,}013^{2000}$; $W_0 \approx 0{,}039$

Die Wachstumsrate von 1,3 % gilt nicht für die vergangenen 2000 Jahre, weil es im Jahr 5 sonst 0,04 Personen gegeben hätte.